SOLUCIÓN PRACTICA N-I

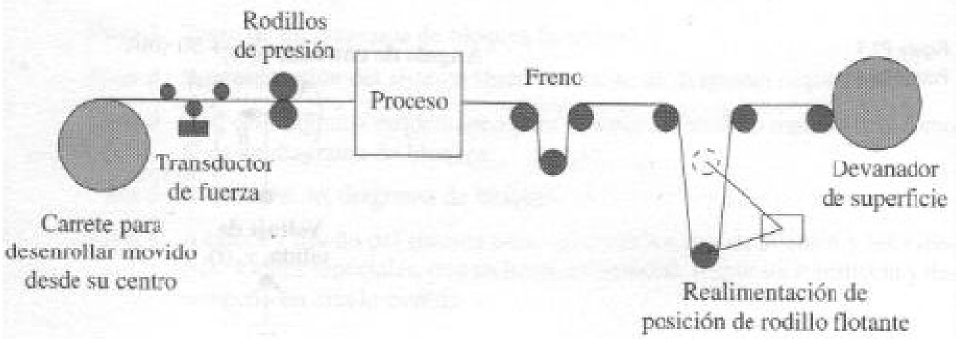
1)

B-1-1_

PREGUNTA _ 1

4. Numerosos procesos operan sobre material laminado que se desplaza de un carrete alimentador a un carrete receptor. Típicamente, estos sistemas, llamados *devanadores,* controlan el material de manera que se desplace a velocidad constante. Además de la velocidad, los devanadores complejos también controlan la tensión, compensan la inercia de un carrete, mientras aceleran o desaceleran, y regulan la aceleración debida a cambios repentinos. En la figura P1.3 se ilustra un devanador. El transductor de fuerza mide la tensión; el devanador ejerce tracción contra los rodillos de presión, que producen una fuerza opositora; y el freno

1



origina el deslizamiento del material. Para compensar cambios en velocidad, el material se enrolla alrededor de un *rodillo flotante*. El lazo evita que cambios rápidos causen excesivo juego del material o lo dañen. Si la posición del rodillo flotante es detectada por un potenciómetro u otro aparato, las variaciones de velocidad debido a la acumulación en el carrete alimentador u otras causas se pueden controlar si se compara el voltaje del potenciómetro con la velocidad indicada. El sistema entonces corrige la velocidad y restablece el rodillo flotante a la posición deseada (Ayers, 1988). Trace un diagrama de bloques funcional para el sistema de control de velocidad, mostrando cada componente y su señal.

PREGUNTA _ 2

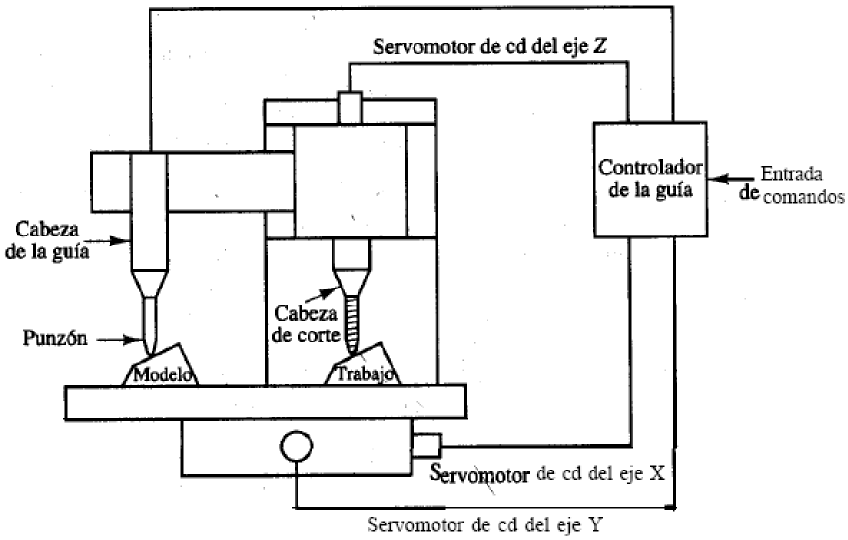
Un sargento se detenía en una joyería cada mañana a las 9 en punto y ajustaba su Reloj comparándolo con el cronometro de el escaparate. Un día el sargento entró en el Comercio y felicito al dueño por la exactitud del cronometro.
¿Esta ajustado con las señales dela hora Arlington? Pregunto el sargento.
"No", contesto el dueño, "Lo ajusto según el cañonazo de las 5 del fuerte. Dígame, sargento. ¿Por qué se detiene todos los días y comprueba l hora de su reloj".
El sargento contesto "yo soy el artillero del fuerte".
¿Es la retroalimentación predominante en este caso positiva o negativa? El cronometro del joyero se atrasa u minuto cada 24 horas y el reloj del sargento se atrasa un minuto cada 8 horas ¿Cuál es el error total en la hora del cañón del fuerte después de 15 días?

PREGUNTA _ 3

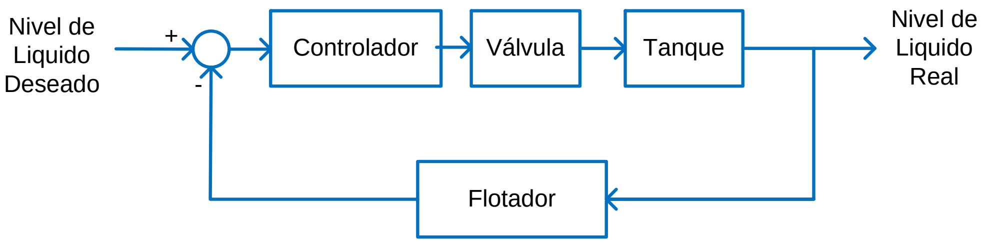
Durante una operación medica, un anestesista controla la profundidad de inconsciencia al controlar la concentración de isoflurano en una mezcla vaporizada con oxigeno y oxido nitroso. La profundidad de anestesia es medida por la presión sanguínea del paciente. El anestesista también regula la ventilación, equilibrio del fluido y la administración de otros medicamentos. Para liberar al anestesista de dedicar mas tiempo a estas ultimas tareas, y en el interés de la seguridad del paciente, deseamos automatizar la profundidad de anestesia al automatizar el control de la concentración de isoflurano. Dibuje un diagrama de bloques funcional del sistema, mostrando las señales y subsistemas pertinentes.

PREGUNTA _ 4

En la figura se muestra un diagrama esquemático de un sistema guía en el cual la herramienta duplica la forma de la plantilla sobre la parte de trabajo. Explique la operación de este sistema.



1) R.



2) R.

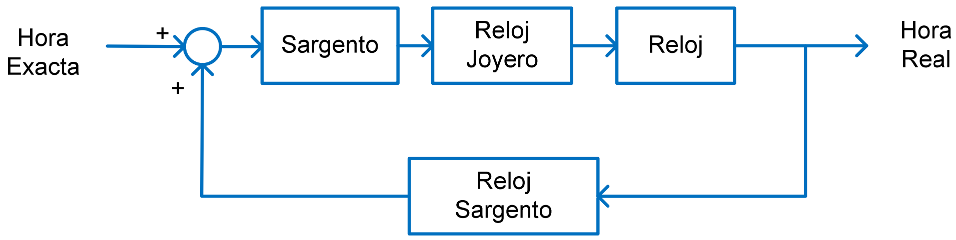
REALIMENTACION POSITIVA (EL ERROR NO SE CORRIJE)

$$\left.\begin{array}{llll} Sargento & 8\ \ hrs & \rightarrow & 1\ min \\ en & 20\ \ hrs & \rightarrow & x \end{array}\right\} 2.5\ min \quad \left.\right\} 2.66\ min$$

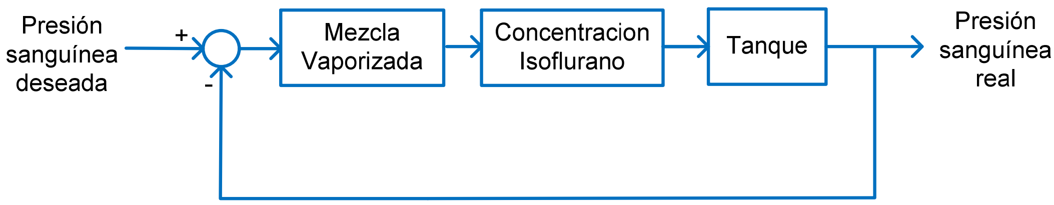
$$\left.\begin{array}{llll} Joyero & 24\ \ hrs & \rightarrow & 1\ min \\ en & 4\ \ hrs & \rightarrow & x \end{array}\right\} 0.16\ min$$

AUX_WILSON O. CHAMBI BENAVIDEZ

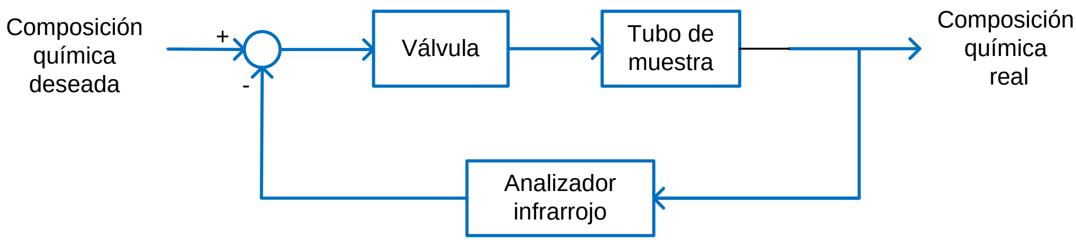
$$\left.\begin{array}{lcr} 1\ dia & \rightarrow & 2.666 \\ 15\ dias & \rightarrow & x \end{array}\right\} \quad 40\ min$$



3) R.



4) R.



B-1-2_

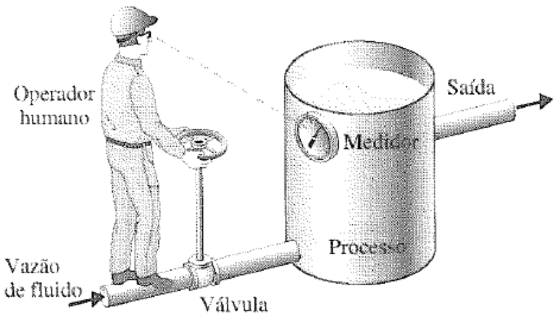
PREGUNTA _ a)

El conductor de un automóvil emplea un sistema de control para mantener la velocidad del vehículo a un nivel determinado. Dibújese un diagrama de bloques que ilustre este sistema de retroalimentación.

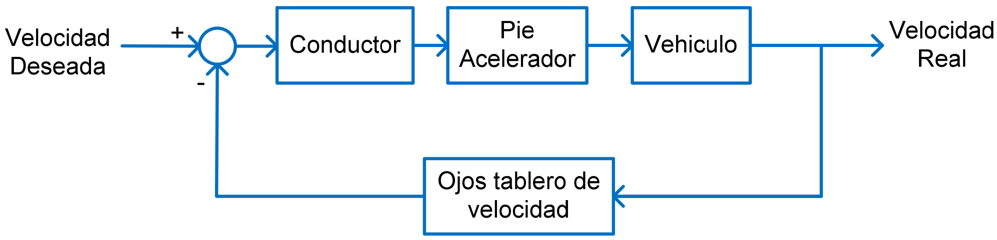
PREGUNTA _ b)

Sistema de control manual para regular el nivel del fluido esboce un diagrama de bloques del sistema de control.

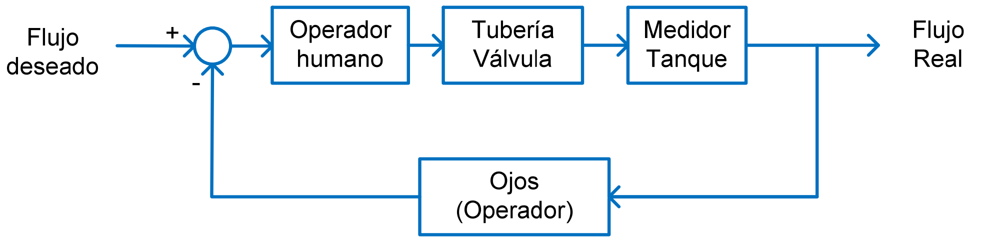
AUX_WILSON O. CHAMBI BENAVIDEZ



a) R.



b) R.



2)

B-2-1_

a) $F(s) = \frac{s+0.4}{(s+0.4)^2+12^2} \quad \Longrightarrow \quad F(s) = \frac{s+0.4}{s^2+0.8s+144.16}$

b) $Por\ identidades\ trigonometricas\quad \sin\left(4t+\frac{\pi}{3}\right) = 0.5\sin 4t + 0.86\cos 4t$

$$F(s) = \frac{2}{s^2+4^2} + \frac{0.86s}{s^2+4^2} \quad \Longrightarrow \quad F(s) = \frac{2+0.86}{s^2+16}$$

B-2-2_

a) $Por\ identidades\ trigonometricas\quad 3\sin(4t+45) = 2.12\sin 5t + 2.12\cos 5t$

$$F(s) = \frac{2.12*5}{s^2+5^2} + \frac{2.12s}{s^2+5^2} \quad \Longrightarrow \quad F(s) = \frac{10.61+2.12s}{s^2+25}$$

b) $f(t) = 0.03 - 0.03\cos 2t$

$$F(s) = \frac{0.03}{s} - \frac{0.03s}{s^2+4} \quad \Longrightarrow \quad F(s) = \frac{0.12}{s(s^2+4)}$$

AUX_WILSON O. CHAMBI BENAVIDEZ

B-2-3_

$$\mathcal{L}[t^2] = \frac{2}{s^3} \qquad \Longrightarrow \qquad \mathcal{L}[t^2e^{-at}] = \frac{2}{(s+a)^3}$$

B-2-4_

$$Por\ identidades\ trigonometricas\quad \cos(2wt) * \cos(3wt) = \frac{1}{2}(\cos 5wt + \cos wt)$$

$$F(s) = \frac{1}{2}\left(\frac{s}{s^2+25w^2} + \frac{s}{s^2+w^2}\right) \qquad \Longrightarrow \qquad F(s) = \frac{(s^2+13w^2)s}{(s^2+25w^2)(s^2+w^2)}$$

B-2-5_

$$f(t) = (t-a)u(t-a) \qquad \Longrightarrow \qquad F(s) = \frac{e^{-as}}{s^2}$$

B-2-6_

$$f(t) = tu(t) - (t-T)u(t-T) \qquad \Longrightarrow \qquad F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-Ts}}{s^2} = \frac{1-e^{-Ts}}{s^2}$$

5

B-2-7_

$$f(t) = \begin{cases} \frac{24}{a^3}t & 0 \le t < \frac{a}{2} \\ \frac{24}{a^3}(t-a) & \frac{a}{2} \le t < a \\ 0 & a \le t \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{24}{a^3}t + \left\{\frac{24}{a^3}(t-a) - \frac{24}{a^3}t\right\}u\left(t-\frac{a}{2}\right) + \left\{0 - \frac{24}{a^3}(t-a)\right\}u(t-a)$$

$$f(t) = \frac{24}{a^3}t + \frac{24}{a^3}(-a)u\left(t-\frac{a}{2}\right) - \frac{24}{a^3}(t-a)u(t-a)$$

$$f(t) = \frac{24}{a^3}t - \frac{24}{a^3}u\left(t-\frac{a}{2}\right) - \frac{24}{a^3}(t-a)u(t-a)$$

$$f(t) = \frac{24}{a^3}\left\{t - au\left(t-\frac{a}{2}\right) - (t-a)u(t-a)\right\}$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{24}{a^3}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{a}{s}e^{\frac{-a}{2}s} - \frac{e^{-as}}{s^2}\right\}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 24\left\{\frac{1 - ase^{\frac{-a}{2}s} - e^{-as}}{a^3s^2}\right\} = \frac{0}{0}$$

Por el teorema de L.Hopital.

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 24\frac{\frac{d}{da}\left\{1 - ase^{\frac{-a}{2}s} - e^{-as}\right\}}{\frac{d}{da}\{a^3s^2\}}$$

AUX_WILSON O. CHAMBI BENAVIDEZ

$$\lim_{a\to 0} F(s)\, 24\left\{\frac{-se^{\frac{-a}{2}s}+\frac{a}{2}s^2e^{\frac{-a}{2}s}+se^{-as}}{3a^2s^2}\right\}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 24\frac{\frac{d}{da}\left\{-se^{\frac{-a}{2}s}+\frac{a}{2}s^2e^{\frac{-a}{2}s}+se^{-as}\right\}}{\frac{d}{da}\{3a^2s^2\}}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = \left\{\frac{\frac{s^2}{2}e^{\frac{-a}{2}s}+\frac{s^2}{2}e^{\frac{-a}{2}s}-\frac{a}{4}s^3e^{\frac{-a}{2}s}-s^2e^{-as}}{6as^2}\right\}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 4\frac{\left\{e^{\frac{-a}{2}s}-\frac{a}{4}se^{\frac{-a}{2}s}-e^{-as}\right\}}{a}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 4\frac{\frac{d}{da}\left\{e^{\frac{-a}{2}s}-\frac{a}{4}se^{\frac{-a}{2}s}-e^{-as}\right\}}{\frac{d}{da}\{a\}}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 4\left\{-\frac{s}{2}e^{\frac{-a}{2}s}-\frac{1}{4}se^{\frac{-a}{2}s}+\frac{a}{8}s^2e^{\frac{-a}{2}s}+se^{-as}\right\}$$

$$\lim_{a\to 0} F(s) = 4\left\{-\frac{s}{2}-\frac{s}{4}+s\right\}=s$$

B-2-8_

$$\lim_{s\to 0} sF(s) = \lim_{t\to\infty} f(t)$$

$$F(s)=\frac{10}{s(s+1)}=\frac{10}{s}-\frac{10}{(s+1)} \implies \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}=10-10e^{-t}$$

$$\lim_{s\to 0} sF(s)=10 \qquad \implies \qquad \lim_{t\to\infty} f(t)=10$$

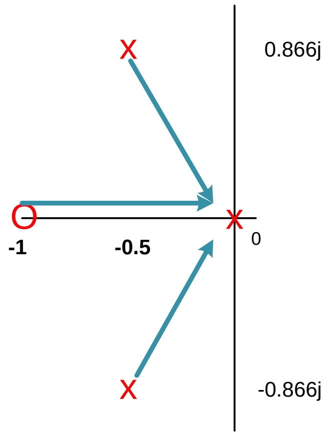
B-2-9_

$$f(0^+)=\lim_{s\to\infty} sF(s) \quad \Rightarrow \quad f(0^+)=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s+4+\frac{4}{s}}=0$$

B-2-10_

$$F(s)=\frac{s+1}{s(s^2+s+1)}=\frac{s+1}{s\left(s+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)\left(s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)}$$

$$F(s)=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j}+\frac{k_{2^*}}{s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j}$$

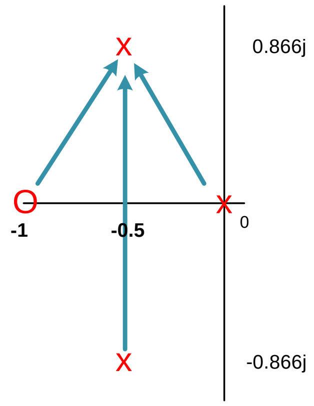


Evaluando en s=0

$$k_1 = \frac{s+1}{\left(s+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)\left(s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)}$$

$$k_1 = \frac{1\angle 0}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\angle\{-\tan^{-1}\sqrt{3}\}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\angle\{\tan^{-1}\sqrt{3}\}}$$

$$k_1 = 1$$



Evaluando en s=-0.5+0.866j

$$k_2 = \frac{s+1}{s\left(s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j\right)}$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\angle\{\tan^{-1}\sqrt{3}\}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\angle\{180-\tan^{-1}\sqrt{3}\}\sqrt{3}\angle 90}$$

$$k_2 = -0.5-0.285j \quad \Rightarrow \quad k_{2^*} = -0.5+0.285j$$

$$F(s) = \frac{1}{s} - 0.5\left\{\frac{1}{s+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j}+\frac{1}{s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j}\right\} - 0.285j\left\{\frac{1}{s+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j}-\frac{1}{s+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}j}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = 1 - 0.5e^{\frac{-t}{2}}\left\{e^{\frac{\sqrt{3}}{2}jt}+e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}jt}\right\} + 0.285je^{\frac{-t}{2}}\left\{e^{\frac{\sqrt{3}}{2}jt}-e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}jt}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = 1 - e^{\frac{-t}{2}}\left\{\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)+0.57\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right\}$$

B-2-11_

a) $F(s) = \frac{6s+3}{s^2} = \frac{6}{s}+\frac{3}{s^2} \quad \Rightarrow \quad f(t) = 6+3t$

b) $F(s) = \frac{5s+2}{(s+1)(s+2)^2} = -\frac{3}{s+1}+\frac{8}{(s+2)^2}+\frac{3}{s+2}$

$$f(t) = -3e^{-t}+8te^{-2t}+3e^{-2t}$$

B-2-12_

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+w^2)} = \frac{1}{w^2}\left(\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2+w^2}\right) \quad \Rightarrow \quad f(t) = \frac{1}{w^2}\left(t-\frac{1}{w}\sin wt\right)$$

B-2-13_

$2\ddot{x} + 7\dot{x} + 3x = 0 \qquad Con \;\; c.i. \qquad x(0) = 3 \;\; , \;\; \dot{x}(0) = 0$

$2[s^2X - sx(0) - \dot{x}(0)] + 7[sX - x(0)] + 3X = 0$

$(2s^2 + 7s + 3)X = 6s + 21$

$$X(s) = \frac{6s + 21}{2s^2 + 7s + 3} = \frac{3s + 10.5}{(s + 0.5)(s + 3)} = \frac{3.6}{s + 0.5} - \frac{0.6}{s + 3}$$

$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 3.6e^{-0.5t} - 0.6e^{-3t}$

B-2-14_

$\dot{x} + 2x = \delta(t) \qquad Con \;\; c.i. \qquad x(0-) = 0$

$sX - x(0-) + 2X = 1 \qquad (s + 2)X = 1$

$$X(s) = \frac{1}{s + 2} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = e^{-2t}u(t)$$

B-2-15_

$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + {\omega_n}^2 x = 0$ **Con c.i.** $x(0) = a \;\; , \;\; \dot{x}(0) = b$

Aplicando la T.L.

$(s^2X - as - b) + 2\xi\omega_n(sX - a) + {\omega_n}^2 X = 0$

Ordenando.

$(s^2 + 2\xi\omega_n s + {\omega_n}^2)X(s) = as + b + 2a\xi\omega_n$

$$X(s) = \frac{as + b + 2a\xi\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Completando cuadrados y ordenado de forma adecuada

$$X(s) = \frac{a(s + \xi\omega_n)}{(s + \xi\omega_n)^2 + ({\omega_n}^2 - (\xi\omega_n)^2)} + \frac{a\xi\omega_n + b}{(s + \xi\omega_n)^2 + ({\omega_n}^2 - (\xi\omega_n)^2)}$$

Si $A^2 = {\omega_n}^2 - (\xi\omega_n)^2$

$$X(s) = \frac{a(s + \xi\omega_n)}{(s + \xi\omega_n)^2 + A^2} + \frac{a\xi\omega_n + b}{(s + \xi\omega_n)^2 + A^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = e^{-\xi\omega_n t}\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{as}{s^2 + A^2} + \frac{a\xi\omega_n + b}{s^2 + A^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = e^{-\xi\omega_n t}\left\{a\cos A + \frac{a\xi\omega_n + b}{A}\sin A\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = e^{-\xi\omega_n t}\left\{a\cos\left(t\omega_n\sqrt{1 - \xi^2}\right) + \frac{a\xi\omega_n + b}{\sqrt{{\omega_n}^2 - (\xi\omega_n)^2}}\sin\left(t\,\omega_n\sqrt{1 - \xi^2}\right)\right\}$$

B-2-16_

$$sX - x(0) + aX = A\frac{w}{s^2 + w^2} \qquad (s+a)X = A\frac{w}{(s^2+w^2)} + b$$

$$X(s) = \frac{Aw}{(s+a)(s^2+w^2)} + \frac{b}{s+a}$$

$$X(s) = \frac{Aw}{a^2+w^2}\left(\frac{1}{s+a} - \frac{s-a}{s^2+w^2}\right) + \frac{b}{s+a}$$

$$X(s) = \left(b + \frac{Aw}{a^2+w^2}\right)\left(\frac{1}{s+a}\right) + \left(\frac{Aa}{a^2+w^2}\right)\left(\frac{w}{a^2+w^2}\right) - \left(\frac{Aw}{a^2+w^2}\right)\left(\frac{s}{s^2+w^2}\right)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = \left(b + \frac{Aw}{a^2+w^2}\right)e^{-at} + \left(\frac{Aa}{a^2+w^2}\right)\sin wt - \left(\frac{Aw}{a^2+w^2}\right)\cos wt$$